



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

16 februarie 2020

Clasa a VII-a

Problema 1.

Să se determine numerele naturale nenule a și b , $a < b$ pentru care are loc relația :

$$3 \cdot [a, b] + 5 \cdot (a, b) = 123.$$

(S-a notat $[a, b] = c.m.m.m.c$ al numerelor a și b , iar $(a, b) = c.m.m.d.c$ al numerelor a și b).

Problema 2.

Fie $x = (\sqrt{2019} + \sqrt{2020}) \cdot (a \cdot \sqrt{2019} + b \cdot \sqrt{2020})$, $a, b \in \mathbb{Z}$.

a) Dacă x este număr rațional, calculați $a^{2019} + b^{2019}$ și $a^{2020} - b^{2020}$.

b) Dacă $x = -1$, determinați valorile lui a și b .

Problema 3.

Pe cercul de centru O și rază r , se consideră punctele A, B, C, D în această ordine și $AD \cap BC = \{N\}$. Se construiesc perpendicularele în C și D pe BC , respectiv AD și se notează cu M punctul lor de intersecție. Dacă $AP \parallel MC$, $P \in BC$ și $MN \cap AP = \{Q\}$, arătați că $BQ \parallel MD$.

Problema 4.

Punctul O este intersecția mediatoarelor laturilor triunghiului ABC . Fie punctul D intersecția dreptei AO cu segmentul BC . Știind că $OD = BD = \frac{1}{3} BC$, să se afle măsurile unghiurilor triunghiului ABC .